

И.Н. Бекман

ФРАКТАЛЫ

Курс лекций

Лекция 2. КРАСОТА ФРАКТАЛОВ

Содержание

2.1 Фракталы в музыке

2.2 Фракталы в дизайне, скульптуре и архитектуре

2.3 Фракталы в живописи

*Там, где окружающий нас мир перестаёт быть ареной
личных надежд и желаний, где мы как свободные существа,
сомневаясь и размышляя, созерцаем его в изумлении,
там мы вступаем в царство искусства и науки.
Если мы описываем увиденное и известное по опыту
на языке логики – это наука; если же представляем
в формах, внутренние взаимосвязи которых недоступны
нашему сознанию, но которые интуитивно воспринимаются
как осмысленные – это искусство. И для искусства и для науки
общим является увлечение чем-то стоящим выше личного,
свободным от условного.*
А. Эйнштейн

Искусство - это ложь, позволяющая узнать истину.
Пабло Пикассо.

Наука и искусство – два дополняющих друг друга способа познания природы, аналитический и интуитивный. Долгое время мыслители пытались свести сложность природных явлений к небольшому числу фундаментальных законов. Однако, в конце концов обнаружилось, что недостаточно открыть основные законы и понять, как работает мир "в принципе". Важно выяснить каким способом эти принципы проявляют себя в реальности, понять, как именно фундаментальные законы действуют не в идеальном, а в реальном мире. А в реальности любой нелинейный процесс приводит к ветвлению, к развилке на пути, в которой система может выбрать ту или иную ветвь. Предсказать последствия выбора решений невозможно (см. курс лекций И.Н. Бекмана "[Риск](#)"), поскольку для каждого из этих решений характерно усиление. Самые незначительные неточности раздуваются и имеют далеко идущие последствия. В каждый отдельный момент причинная связь сохраняется, но после нескольких ветвлений она не видна. Рано или поздно начальная информация о состоянии системы становится бесполезной. В ходе эволюции любого процесса информация генерируется и запоминается. Законы природы допускают для событий множество различных исходов, но наш мир имеет одну единственную историю.

Компьютер – новое средство познания – позволил увидеть связи и значения, которые до сих пор были скрыты от исследователей. Компьютерная графика резко обогатила наши возможности, подарила фантастические миры, окружила нас искусственными пейзажами, заставляя забыть действительность. Но она же позволила глубже проникнуть в тайны природы. Если раньше учёные были вынуждены упрощать уравнения или вообще отказываться от них, то теперь их суть демонстрируется на экране дисплея. Естественные процессы, представленные графически, можно постичь во всей их сложности, опираясь на нашу интуицию. При этом стимулируются новые идеи, новые ассоциации и у каждого, кто мыслит в образах, пробуждается творческий потенциал.

Фракталы – объекты с дробной размерностью и самоподобием составляют интересный и важный раздел современной математики. Но у них есть ещё одно важное достоинство: они красивы,

пропорциональны и "натуральны". Деятели искусства они привлекают сложностью, возникающей из простоты, а также иррационализмом. Они производят впечатление и своей причудливой формой, цветом и красочностью. Не удивительно, что фракталы довольно быстро вошли в дизайн, живопись, скульптуру, архитектуру и в музыку.

Важно понимать, что фрактальное искусство не является результатом только компьютерной программы; фрактальные образы не являются случайными (в их основе лежат математические правила); не любой фрактальный образ, созданный любителем на компьютере, является произведением искусства; фрактальное искусство является выразительным, творческим, требующим серьезного труда и интеллекта.

В этой лекции мы приведём некоторые примеры использования комплексных динамических систем в музыке, дизайне и живописи.



2.1 Фракталы в музыке

Изучение художественного, выразимого числом, - важная проблема искусства, в том числе - музыки.

Отношения музыки и математики изучались великими математиками и музыкантами ещё со времён Пифагора. Сегодня этот союз искусства и науки воплотился как в новом музыкальном инструменте – компьютере, так и в компьютерной музыке, основанной на теории алгоритмов. Непосредственными родоначальниками с компьютерной музыки на основе алгоритмов являются композиторы второй половины XX века, пользовавшиеся серийной техникой в композиции (Янис Ксенакис, Леджарен Хиллер и Пьер Булез и др.). Алгоритмом называют строго определенную последовательность действий, приводящую к искомому результату решением любых однородных задач или действий посредством разложения их на точно установленные предписания и последовательность конечного числа элементарных операций. На основе алгоритмов были построены такие музыкальные программы, как *Music 4*, *C-Sound*, *Supercollider*, *MAX/MSP* и т.п. В алгоритмической музыке в качестве отправной точки часто используется колебание некоторой величины в определенном диапазоне по случайному закону. Компьютерная композиция в качестве «темы» опирается на конструктивный алгоритм, который всегда индивидуализирован в композиторском сознании, а специально созданная программа в определенной ситуации может быть приравнена к прототипу произведения.

Алгоритмическая композиция позволяют композиторам максимально точно передать свою идею в будущем произведении, разработать неповторимый никем и зачастую единственный в творчестве самого автора тип композиции, структуру, элементы музыкального языка. Она включает в себя действия, применяемые к различным параметрам композиционного процесса – от выработки определенных закономерностей произведения на этапе его подготовки, генерации последовательности звуков, длительностей, ритмических групп – до созданных с помощью компьютерных программ полностью автоматизированных алгоритмических произведений (в последнем случае акт творчества имеет место только при составлении такой программы самим композитором).

Существуют детерминированный и стохастический способы создания алгоритмической композиции. Стохастический частично связан с понятием «хаотичность», а своеобразным ответвлением его является применение теории хаоса, использующей различные нелинейные динамические уравнения, выведенные на основе природных процессов и таких хаотических структур, как, например, фракталы.

Возможны четыре типа алгоритмической композиции:

- композиция, основанная на применении математических функций: стохастических, теории хаоса, фракталах;
- композиция, основанная на применении комбинаторных методов (например, марковских цепей, ассоциативных сетей переходов, стохастических матриц);

– композиция, основанная на применении природных процессов: клеточных автоматов, генетических алгоритмов, нейронных сетей;

– композиция, построенная с помощью процессов, основанных на правилах.

Если рассматривать музыку как передачу информации от композитора и музыканта к слушателю, то можно анализировать информационное содержание музыкального произведения с помощью энтропии Шеннона (см. курс лекций И.Н. Бекмана "[Информатика](#)").

Многие алгоритмы, используемые в музыке, стоят на идеях фрактальной геометрии.

Ради простоты, в этом разделе под фракталом будем понимать структуру, состоящую из частей, которые в каком-то смысле подобны целому. Напомним, что в основе формирования фрактала лежит процедура, в которой последующие значения (состояния) получают из предыдущих. Фракталы сочетают в себе детерминированные (подчиняются определенному алгоритму формирования) и стохастические (в процессе развития не принимают повторяющихся состояний) свойства. К тому же фракталам присуща симметрия, а их форма воспроизводится в различных масштабах.

После того, как фрактальная геометрия достигла определённой степени развития под солнцем, искусствоведы обнаружили, что некоторые композиторы, сами того не подозревая, использовали идеи фракталов в своём творчестве. В последнее время вместо традиционных композиторов появились увлечённые музыкой математики, которые разрабатывают программы генерации произведений на основе фрактальных объектов, и увлечённые математикой композиторы, которые применяют компьютерные программы в своём творчестве.

Как ни странно, но существенный вклад в развитие фрактальной музыки внёс венгерский биолог и ботаник Аристид Линдермайер, который в 1968 г. предложил математическую модель для изучения простых многоклеточных организмов, которая нашла применение в моделировании сложных ветвящихся структур: деревья, цветы и др. Линденмайер обнаружил, что поведение клеток растений подчиняется математическим законам самоподобия, и на основе своего открытия разработал математический аппарат – L -системы. В их основе лежит фрактальный принцип: каждая часть предмета похожа на весь предмет целиком. Изначально L -системы применяли при изучении формальных языков и в селекции. С помощью L -систем можно строить многие известные самоподобные фракталы: снежинку Коха, «ковёр Серпинского», разнообразные новые фракталы. L -системы широко используют в компьютерной графике и гейм-девелопменте. Большая часть современной фрактальной музыки написана с использованием именно L -систем.

В музыке приложение элементов фрактальной геометрии используют в трёх областях: композиция, синтез звука, аналитические исследования. Популярным является использование систем нелинейных динамических уравнений в алгоритмической композиции – метод фрактальной композиции. Считается, что в музыкальном плане наиболее интересными являются алгебраические и стохастические фракталы, в которых лучше проявляются такие свойства фрактальных множеств, как нерегулярность и самоподобность. Стохастическими фракталами (фракталами, при построении которых в итеративной системе случайным образом изменяются какие-либо параметры) позволяют осуществить естественный переход в музыкальном произведении от некоторого порядка к детерминированному хаосу.

Исследователи фракталов и крупномасштабной временной структуры акустической речи и музыки выявили, что любая музыка (точнее её ритмическая сторона) имеет фрактальную природу. Это открытие стимулировало направленное создание фрактальных форм в новой музыке.

Итак, любой звук имеет фрактальные свойства. Обычно выделяют три категории звука, основанные на математических элементах:

– белый шум (случайный шум – определяется как тревожащий слушателя);

– розовый шум (занимает промежуточное положение, более структурированный, нежели белый – является самым приятным для восприятия слушателя);

– коричневый шум (структурированный шум – определяется как механический для слушателя).

Используя фрактальную природу розового шума, можно генерировать приятные для слуха мелодии, так как розовый шум является балансом между полной хаотичностью и чрезвычайной структурированностью. Например, существует связь треугольника Серпинского с формой рондо, а на основе треугольника снежинки Коха удаётся генерировать полифонические произведения. Путём анализа спектральной плотности, розовый шум обнаружен в Бранденбургском концерте Баха и регтаймах Джоуплина.

Основным способом получения звуковых материалов с помощью фрактальной методики является генерация изображений с их дальнейшим переводом в звуковую область по некоторым правилам, например, с помощью привязки фигуры к условной сетке координат, одним из измерений которой будет высота звука, а другим – длительность нот. Такая процедура носит название сонификации. Существуют программы, способные переводить фрактальные изображения непосредственно в звуковой спектр.

Фрактальная композиция развивается, создавая новый музыкальный материал, систематически преобразовывая предыдущий. Траектория хаотической орбиты определяет некоторый диапазон значений, который позволяет системе блуждать и возвращаться к подобному, но не тому же значению. Когда подобные процессы интерпретируются музыкально, это может сравниться с развитием музыкальной темы. Эта похожесть – то, что делает хаотические орбиты привлекательными для генерации музыкального материала. Производный, таким образом, материал имеет высокую степень схожести с предыдущим. Однако полученный материал является музыкой лишь в потенциале и требует серьезной работы с ним композитора.

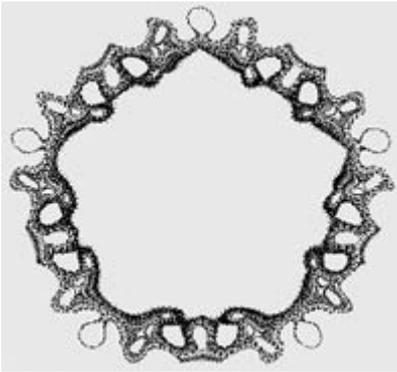


Рис. 1. Фрактал Иванова.

Внедрение энтропийных процессов в электронную музыку сделало её более разнообразной, гармоничной, более близкой к природе, ибо природа есть совокупность строгих правил и случайных процессов. Влияние случайности очень велико при создании каких-либо композиций, поэтому генеративный фрактальный подход к синтезу звука и построению музыкальных произведений позволил композиторам создавать произведения, которые при каждом проигрывании изменялись, трансформировались. Теперь один и тот же трек можно слушать часами.

Фрактальные композиции можно создать несколькими способами: 1) графическое изображение фрактала конвертируется в двумерную партитуру (координаты графика высота и время), причём учитывается графическое расположение точек и их цвет, что соответствует тембровым изменениям; 2) арифметическими расчётами по фрактальным формулам определяются высоты и длительности звуков; 3) трансформация музыкального параметра с целью предания ему фрактального характера - ассоциативный уровень использования фрактальности; 4) фрактальная композиция через игровое поведение (перформанс), через структуры, в которых исполнители взаимодействуют на основе некоторых правил, создавая на протяжении пьесы модель поведения на основе определенных правил, соответствующих моделям сложных фрактальных систем.

Способ 1 даёт не очень интересный результат (в музыке не столь очевидна гармония пропорций, которая так хорошо схватывается зрительно) Существуют компьютерные программы перевода фракталов в звук, одна из известных – «Хорошо темперированный фрактал» Р.Гринхауза в основе которой – фрактал Иванова (рис.1). В ней конвертация 10 различных типов фракталов даёт ряд из 21-го варианта звукоряда; звуковой результат варьируется по динамике, артикуляции, октавному расположению. Результат используется как сырой материал для будущей композиции.

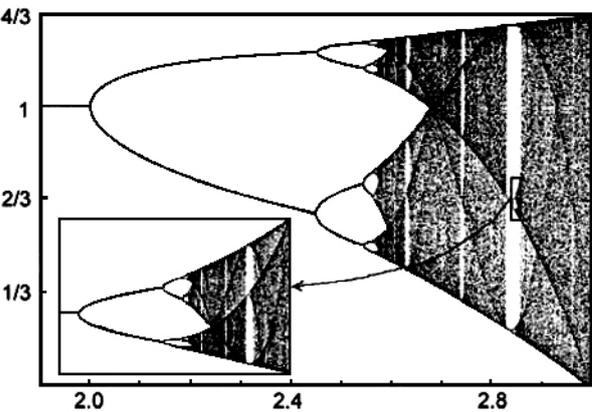


Рис. 2. Сценарий проникновения в хаос: переход от бифуркаций к хаосу.

Примером способа 2 (расчёт по формуле) является композиция Гарри Ли Нельсона (композитор специализируется в алгоритмической композиции с помощью компьютера, интерактивной композиции в реальном времени и в создании видеоинсталляций) «Путешествие галеры Йота» – пьеса посвящена предполагаемому некоторыми историками путешествие финикийцев на галере Йота (малая величина) от Средиземноморья до Южной Америки. В основе композиции лежит «сценарий перехода к хаосу» математика Ферхюльста (рис. 2), предложившего теорию роста популяции насекомых. Если коэффициент прироста $P < 2,5$ – то имеет место быстрая стабилизация вокруг одного аттрактора; при увеличении P возникают бифуркации вокруг двух, четырех, восьми аттракторов и т.д., пока, при увеличении коэффициента $P > 4$, не наступает хаос, в котором тем не менее наблюдается самоподобие стремления к мельчайшим аттракторам. В композиции формула Ферхюльста использована на двух уровнях: 1) макро-: как огибающая всего сочинения: распределение количества событий (значение P возрастает до 4 в точке золотого сечения пьесы и затем убывает до нуля); 2) микро-: для производства событий в микротоновом звукоряде: значения функции распределены в диапазоне семи октав (192 тона в октаве). Здесь не только микротоновая, но и микроритмическая техника: техника звуковых микрочастиц, – «гранул», продолжительностью менее 50 мсек.

В гранулярном синтезе большое количество микроразнообразия собрано в массивы (это напоминает живопись художников- пуантилистов, создающих изображение из маленьких цветных точек). Сложение «гранул» происходит на столь мельчайшем уровне, что это никак нельзя отнести к области ритма.

Создаваемая при помощи электронной аппаратуры (применяется "гиперинструмент", который предполагает наличие целой системы, состоящей из компьютера, набора цифровых синтезаторов, исполнительского интерфейса и программного обеспечения для их связи) высокая плотность «гранул» (до нескольких тысяч в секунду) порождает необычный эффект в виде многосоставного звукового комплекса с богатым, динамически изменяющимся во времени спектром, не связанным напрямую со звучанием какой-либо одной «гранулы». Благодаря распределению зерен с их частотами, амплитудами, тембрами возникают большие звуковые структуры. В "хаосе" используется простая повторяющаяся и рекурсивная функции, чтобы создать музыкальные образцы, в которых изменяется материал от отдельных повторяющихся событий до последовательностей большой сложности с изменением отдельных параметров. Эти характеристики становятся своеобразным метафорическим остовом сочинения.

Рекурсивная функция - функция, которая в своем определении содержит обращение к самой себе.

В сочинении («Горный фрактал») Нельсон применил рекурсивное 12-разделение времени, высоты и амплитуды на основе фрактального алгоритма. Он интегрировал фрактальную технику в интерактивный перформанс и композицию. Для создания формальной структуры в сочинении «Летняя песня» композитором была использована символическая грамматика замены, имеющая графическое описание в виде кривой Гилберта.

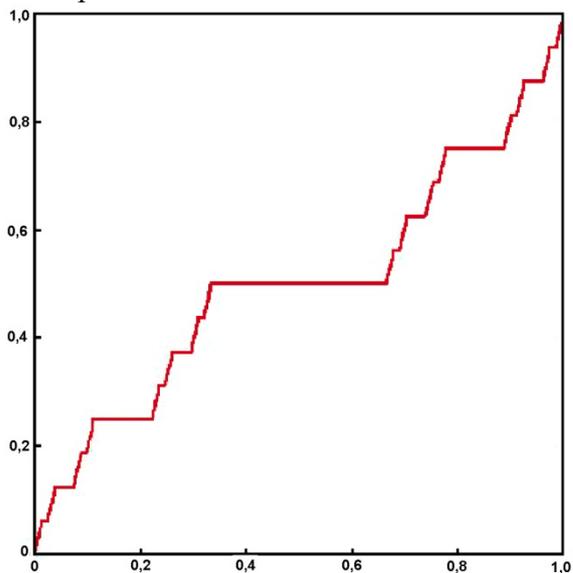


Рис. 3. Чёртова лестница (канторова лестница — пример непрерывной монотонной функции $[0,1] \rightarrow [0,1]$, которая не является константой, но при этом имеет производную, равную нулю в почти всех точках). Она имеет «неравные ступени», почти везде вертикальную крутизну, и уходит в бесконечность.

По способу 3 написана композиция "Profile" (Ч. Додж) представляет собой синтез речевых и вокальных звуков. Трехголосный полифонический склад, в котором каждая мелодическая линия получена стохастическим методом (генератор фрактального шума). Генерация нот прекращается после появления определенного количества звуковых классов. Голоса не идентичны, но самоподобны - как различные уровни измерений во фрактале, например, в кривой Коха). Звуковой результат - ощущение общей взаимосвязанности и статики.

Другим примером из инструментальной музыки считается фортепианный этюд Д. Лигети «Чёртова лестница».

Название этюда имеет прямое отношение к математике: «чертова лестница» – феномен, связанный с канторовским множеством (рис. 4). Однако Лигети никогда не использовал в своей музыке фрактальные формулы напрямую, предпочитая их общеассоциативное воздействие. Он выстраивает свою «музыкальную лестницу» – восхождение, воплотив отношения «двойственности» и «тройственности» через по-особому организованное чередование ритмических ячеек – $2/8$ и $3/8$. Бесконечность подъемов означает невозможность достижения вершины.

Примером способа 4 является своеобразная «партитура» и свод правил для исполнителей в произведении Д.К. Литтла «Brain Wave» (волна мозга, иногда переводят как озарение»). Здесь принцип фрактальности реализован как игровой метод в перформансе. Композитор стремится создать «интерактивную ситуацию не только как модель природных процессов», но и как аналогию с работой человеческого мозга. Все музыканты импровизируют не только согласно заданным правилам, но и в зависимости от действий впереди и сзади сидящих других музыкантов (т.е. некое коллективное бессознательное, саморегулирующая музыкальная ситуация). Исполнитель, сидящий впереди музыканта, оказывает положительное влияние на его действия, сидящий сзади – отрицательное. Композитор приводит таблицу возможных реакций перформера (игрока) на эти влияния. Так, если играет впереди сидящий исполнитель, перформер может начать играть, играть громче, играть больше повторных проведений, пытаться подражать стилю другого исполнителя, попробовать соответствовать темпу игры впереди сидящего. Если же играет позади сидящий блок-флейтист, перформер может: остановить игру, прервать более мягкое исполнение или «двигаться» сразу к следующему звуковому событию, пытаться играть в стиле, противоположном стилю сидящего сзади игрока»; играть в противоположном ему темпе и т.д. При этом все исполнители периодически оказываются в разных ролях и перемещаются по залу. Цель состоит не в том, чтобы синхронизировать точно действия перформера с другими исполнителями, но коррелировать действия его и остальных. Так как никакого проводника не существует, каждый музыкант, внимательно следя за

звучанием ансамбля, должен частично взять инициативу ведения звука на себя, предполагая возможное звучание.

Метод фрактальной композиции сложился в рамках творчества композиторов Ч. Додж, Г. Ли Нельсон, М. МакНабб, Б. Эванс, Л. Остин, Ч. Вуоринен, Д. Лигети, Д.Кл. Литтл, Том Джонсон. Для генерации и организации музыкального материала на основе фрактальной модели созданы компьютерные программы, Р. Гринхауза, Т. Джонсона, Г. Ли Нельсона, Д.Кл. Литтла, Ч. Доджа и др. Программы *FractMus 2000* (Г. Диас-Херес), *MusiNum 2.0* (Л. Киндерман, *Fractal Musician Program* (Ф. Томпсон), *Quasi Fractal Music* (П. Вэлли), *Omar's Fractal* (Ч. Невилл), *Mandelbrot32* (Йо Кобута), *Orchaos* (Р. Ватсон), *LMUSE* (Д. Шарп), *Oblivion*(«Суніке»), *Symbolic Composer* (Э. Тобенфельд) и другие.

Для генерации «фрактального музыкального материала» создаются специальные компьютерные программы. Одна из первых таких программ – *Xcomposer* использует главное качество фракталов – метод самоподобия. При этом необходимо, чтобы сегмент, предшествующий главному событию, а также следующий за ним, содержал равномерный ритм. Носителем главного события может оказаться любой элемент на любом иерархическом уровне. Среди последних программ, разработанных для генерации музыкального материала на основе фрактальной модели можно выделить программы *FractMus 2000*, *MusiNum 2.0*, *Fractal Music Program*, *Quasi Fractal Music*, *Oblivion* и другие. Все эти программы позволяют «увидеть» сочиненную музыку, так как генерируют графическое изображение параллельно созданию музыки. Главная особенность *MusiNum 2.0* заключается в том, что пользователь не должен обладать знаниями в области информатики и теории музыки.

Программа – *MusiNum*, разработанная Ларсем Киндерманном, генерирует последовательность целых чисел, на их основе формирует фракталы, которые и преобразует в музыку. Специальный модуль позволяет выбрать 16 параметров голосов. Одновременно для всех голосов может быть установлен темп композиции. С помощью диалогового окна задаётся сценарий, который позволяет изменять параметры синтеза музыки в процессе исполнения композиции, что делает её более динамичной. В результате получается бесконечная непериодическая последовательность. Она обладает двумя свойствами самоподобия: 1) последовательность самопорождающаяся и может быть получена из нуля; 2) выборка каждого второго элемента из последовательности даёт ту же последовательность. Сформированная таким образом последовательность обладает свойствами фрактала. Это означает, что каждый отдельно взятый фрагмент музыки будет с одной стороны неповторимым, а другой – чем-то похожим на остальные фрагменты.

Фрактальная геометрия – пример получения сложности с помощью простых манипуляций простым материалом. Она позволяет естественным образом включить в музыку природные формы (звуки дождя, текущей воды, пение цикад и др.) и их аналоги, созданные воображением композитора. В простейшем варианте играет мелодия на каком-то инструменте, каждая нота этого инструмента – тоже эта мелодия, бас – это тоже быстрое проигрывание этой мелодии, уровень партии меняется не хаотично, а по ритму той же мелодии. Но хаотичность, точнее неровность, всё же присутствует.

Современные музыковеды пытаются осознать музыку как абстрактное искусство, а также выявить некие универсальные законы создания музыкального произведения. Фрактальная музыка объединяет искусство и науку. Готовое произведение состоит из формулы, изображения и искусства, оно представляет собой единение музыкальной, музыкально-логической и абстрактной мысли. Применение в композиции теории нелинейной динамики, хаоса, фрактальности позволяет восполнить пробелы в знании связи точных наук и музыки. Сейчас фрактальная музыка реально существует, развивается, а не является областью игры интеллекта.

2.2 Фракталы в дизайне, скульптуре и архитектуре

Фрактальное искусство - составной компонент компьютерного искусства.

Компьютерное искусство (цифровое искусство, дигитальное искусство) — творческая деятельность, основанная на использовании информационных (компьютерных) технологий, результатом которой являются художественные произведения в цифровой форме.

Своими необычными и яркими формами фракталы быстро нашли воплощение в дизайне мебели, паркета, столешниц, подносов, витражей, ваз и даже носков (рис. 4). Фракталами увлеклись и скульпторы (рис. 5), архитекторы (рис. 6) и садово-парковым дизайне (рис. 7).



Рис. 4. Фракталы в дизайне.



Рис. 5. Фракталы в скульптуре.



Рис. 6. Фракталы в архитектуре



Рис. 7. Фрактал в садово-парковом дизайне.

2.3 Фракталы в живописи

Цель, стоящая перед искусством, состоит в живописной выразительности и точности изображения окружающего нас мира. Компьютеры обеспечили возможность создания трёхмерных изображений фантастических пейзажей и других картин с фотографической точностью. А вместе с картинами появилась возможность не ловить отдельные мгновения, а охватывать действительность в движении и измерениях. Время на этих картинах не зафиксировано и можно построить плоские или трёхмерные движущиеся изображения даже с тех точек зрения, которые недоступны человеческому глазу или камере.

Компьютерная графика - графические изображения, созданные компьютером.

Фрактальная графика, также как векторная и трёхмерная, является вычисляемой. Её главное отличие в том, что изображение строится по уравнению или системе уравнений. Изменяя и комбинируя окраску фрактальных фигур, можно моделировать образы живой и неживой природы, а также, составлять из полученных фигур различные композиции.

Фрактальные картины отражают хаос и порядок, их конкуренцию и сосуществование. Они показывают переход от одного к другому и то, какой сложной является область перехода. Зависимость структуры границ от определённых параметров приводит к границам другого уровня и открывает закономерности, о существовании которых ещё недавно никто не подозревал. На картине происходит конкуренция нескольких центров за доминирование на плоскости, при этом происходит нескончаемое филигранное переплетение и непрерывающаяся борьба даже за самые малые участки. Именно в этой пограничной области происходит переход от одной формы существования к другой: от порядка к беспорядку. Пограничные области замысловато зависят от условий, характеризующих изучаемый процесс. Порой возникает третий конкурент, который пользуется разногласиями двух других и насаждает свою область влияния. Может случиться, что один центр захватит всю плоскость, но и его власть имеет границы в виде изолированных точек, которые неподвластны его притяжению.

Рисунки представляют собой процессы, являющиеся весьма упрощённой идеализацией действительности. Они преувеличивают некоторые свойства, чтобы сделать их более ясными. Например, нет ни одной реальной структуры, которую можно было бы последовательно увеличивать бесконечное

число раз, и которая выглядела бы при этом неизменной. Тем не менее, принцип самоподобия в приближённом виде имеются в природе (линии морей и рек, облака и деревья, турбулентный поток жидкости, иерархическая организация живых существ и т.п.).

Как только компьютерная графика получила широкое распространение, немедленно выяснилось, что художники уже использовали идеи фрактальной геометрии, причём неоднократно. Примером является гравюра на дереве японского художника Кацухи Зокусая «Большая волна в Канагаве» (1932 г.), на которой изображена огромная волна, нависшая над лодкой близ префектуры Канагава (рис.8). Гора Фудзи виднеется вдалеке и является фоном к основному действию на картине. Вода изображена в движении. Пена волн здесь похожа на когти, которые готовы вцепиться в лодку. Лодка и волна как бы переплетены друг с другом – в то же время, между ними огромное пространство. Это придает напряжение сюжету: мы видим людей на крошечной лодке, скользящих по горах воды только для того, чтобы выжить. Считается, что Хокусай интуитивно стремился изобразить явления этого мира с помощью неких закономерных и самоподобных структур. В его творчестве явно видно, как художник использует образы фракталов — это и пятна деревьев, и завитки морских волн, и горы, и тени туч на земле, и многое другое. Он чётко осознавал, что природа полна самоподобными объектами, и старался это изобразить.



Рис. 8. Картина Кацухи Зокусая «Большая волна в Канагаве».

В работах художника Маурица Эшера (1898-1972) явно присутствуют признаки, характерные для фракталов: самоподобие и рекурсия («Рисующие руки» в этом отношении можно назвать простейшей рекурсивной картиной). А в работе «Предел круга III» затрагивается тема бесконечности (самоподобные рыбоподобные фигуры уменьшаются при удалении от центра круга, плотно заполняя при этом поверхность; подобное уменьшение может быть бесконечным). Здесь представлен один из двух видов неевклидова пространства, описанных французским математиком Пуанкаре.



Рис. 9. Картины М. Эшера: Рисующие руки; Ограничение площадью; Предел круга III.

Осознанно элементы фракталов стали проявляться в работах художников, работающих в стиле оп-арт (оптические иллюзии), в котором используются различные оптические иллюзии, основанные на особенностях восприятия плоских и пространственных фигур. Одним из ярких представителей оп-арта является Виктор Вазарели. Две его работы приведены на рис. 10.

Сейчас фрактальная живопись представлена десятками тысяч людей по всему миру, рисующих фракталы. Уже накоплено огромное количество фрактальных работ, некоторые из них вполне можно признать шедеврами геометрического абстракционизма. Многие художники стали признанными мастерами в этой области, их работы печатаются в серьезных изданиях, многие работают в крупных и солидных дизайнерских фирмах. Представителями этого направления искусства являются Линда Эллисон, Дэмиен М. Джонс, Керри Митчелл, Сильви Галле, Дэвид Эприл, Рауль Декель, Надя Крингельс, Хизер Ламб, Дэмиен Гиродон, Чара Б. Сильвия Кордедда и многие другие.



Рис. 10. Примеры работ В. Вазарели в стиле оп-арт.

Например, итальянская художница Сильвия Кордедда создаёт картины, которые являются результатом расчётов фрактальных объектов, повторяющих очертания цветов, с последующим визуальным отображением. Используя компьютерные программы она «выращивает» растения, которые не встретишь в реальном мире, но которые по-своему прекрасны (рис. 11).



Рис. 11. Картины Сильвии Кордедда.

Из отечественных авторов можно назвать Алексея Ермушева, Дмитрия Шахова и Андрея Лёушкина (Примеры их работ представлены на рис. 12).

Постепенно понятие «фрактальное искусство» вышло далеко за рамки математического, алгоритмического, цифрового искусства. Концепции фрактальности обязаны своим возникновением такие новые формы живописи и медийного искусства как фрактальный экспрессионизм (аналоговая фрактальная

живопись), фрактальные монотипии, фрактальная абстракция, фрактальный реализм Вячеслава Усеинова (рис. 14а), фрактальный супрематизм (рис. 14б).



Рис. 13. Картины российских художников: а) Алексей Ермушев «Life Generator», б) Дмитрий Шахов «the wind of Andromeda», в) Андрей Лёушкин «the Eagles colors», г) SBDstroitel «Caleidoscope», д) AquaLena «Dragons line».



Рис. 14. В.Усеинов, Тень несуществующего дома и Виктор Рибас, Composition N1.